2025 적분 챔피언십

예선

2025년 9월 16일

이름 ____________________

전화번호 ____________________

- 총 20문제를 푸는데 20분의 시간이 주어짐.
- **각 문제의 답은 폐곡선으로 감싸 표시할 것.**
- 부정적분의 답은 x에 대한 식으로 나타내고, 정적분의 답은 닫힌 꼴로 나타낼 것.
- log는 밑이 자연 상수 e인 자연 로그를 뜻함.
- 부정적분의 적분 상수 $(+C)$, log 안의 절댓값은 생략 가능함.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $$\int \frac{e^x + \cos x}{e^x + \sin x}\, dx = \boxed{\log(e^x + \sin x)}$$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $$\int \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\, dx = \boxed{-2\cos(\sqrt{x})}$$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $$\int_1^e x^{\log x}(x \log x + x)\, dx = \boxed{\frac{e^3 - 1}{2}}$$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $$\int \sin(20x)\sin(25x)\, dx = \boxed{\frac{\sin(5x)}{10} - \frac{\sin(45x)}{90}}$$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $$\int \sin(\sin(\cos(x)))\cos(\cos(x))\sin(x)\, dx = \boxed{\cos(\sin(\cos(x)))}$$

$\boxed{\mathbf{6}}$ $$\int \left(\sec^6 x - \tan^6 x - 3\sec^2 x \tan^2 x\right) dx = \boxed{x}$$

$\boxed{\mathbf{7}}$ $$\int_{1/2025}^{1/2024} \frac{\arcsin x + \arccos x}{x^2}\, dx = \boxed{\frac{\pi}{2}}$$

$\boxed{\mathbf{8}}$ $$\int_0^1 \left(\frac{x^3}{3 - 2x^3} + \sqrt[3]{\frac{3x}{1 + 2x}}\right) dx = \boxed{1}$$

$\boxed{\mathbf{9}}$ $$\int (e^x - 1)e^{e^{-x}}\, dx = \boxed{e^{x + e^{-x}}}$$

$\boxed{\mathbf{10}}$ $$\int_0^{\pi/6} \sec^3 x\, dx = \boxed{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\log 3}$$

11 $$\int \frac{x+1}{x\log x + x^2}\,dx = \boxed{\log(x+\log(x))}$$

12 $$\int (\sin(x)\sinh(x) + \cos(x)\cosh(x))\,dx = \boxed{\sin(x)\cosh(x)}$$

13 $$\int_1^e \frac{x}{\sqrt[2/1]{\frac{x}{\sqrt[3/2]{\frac{x}{\sqrt[4/3]{\ddots}}}}}}\,dx = \boxed{\frac{2e-1}{1+\log 2}}$$

14 $$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\,dx = \boxed{\frac{\pi}{4}}$$

15 $$\int_0^1 \left(\sqrt[\pi]{1-x^e} - \sqrt[e]{1-x^\pi}\right)dx = \boxed{0}$$

16 $$\int_1^{\sqrt{2}} \left(x - \frac{1}{x^3}\right)e^{x+\frac{1}{x}}\,dx = \boxed{\left(\frac{3}{\sqrt{2}}-1\right)e^{3/\sqrt{2}} - e^2}$$

17 $$\int \left(\frac{1}{1+\cos^2 x} + \frac{1}{1+\sin^2 x} + \frac{1}{1+\tan^2 x} + \frac{1}{1+\sec^2 x} + \frac{1}{1+\csc^2 x} + \frac{1}{1+\cot^2 x}\right)dx = \boxed{3x}$$

18 $$\int_0^\infty x\sin(x^2)e^{-x^2}\,dx = \boxed{\frac{1}{4}}$$

19 $$\int (\sin x + x\cos x\log x + 1)x^{\sin x}\,dx = \boxed{x^{1+\sin x}}$$

20 $$\int_0^\infty \frac{\log x}{\pi x^2 + 2025x + \pi}\,dx = \boxed{0}$$